Sabine REINDL, Linz

Entwicklung und Anwendung mathematischer Lösungsstrategien – unter Betrachtung möglicher Determinanten

Zahlreiche Studien belegen die hohe Variabilität in der Anwendung von Lösungsstrategien. Manche Strategien werden aufgegeben, andere dafür aufgenommen. Zu jedem Zeitpunkt liegen aber mehrere verschiedene Strategien vor, aus denen adaptiv ausgewählt wird.

In diesem Beitrag wird zunächst ein Überblick über die Kategorisierung von Lösungsstrategien bei der Addition und Subtraktion sowie deren Einbettung in den aktuellen Mathematikunterricht gegeben. Im nächsten Schritt erfolgt eine auszugsweise Darstellung der Strategieentwicklung. Abschließend werden die Forschungsfragen, sowie das Forschungsdesign zu einem aktuell laufenden Forschungsprojekt vorgestellt.

1. Lösungsstrategien und Unterricht

Eine arithmetische Aufgabenstellung kann durch Rückgriff auf verschiedene Strategien gelöst werden. Bei der Addition und Subtraktion im Zahlenraum 20 wird grundsätzlich zwischen Faktenwissen, Zähl- und Ableitungsstrategien, auch als heuristische/operative Strategien oder Backup-Strategien bezeichnet, unterschieden. Vergrößert sich der Zahlenraum, so wird meist zwischen Schrittweisem und Stellenweisem Rechnen, sowie einer sich aus diesen beiden Formen ergebenden Mischform differenziert. Auch hier kann aber auch wieder auf bekannte Rechenstrategien aus dem Zahlenraum 20 rückgegriffen werden. (z.B. Padberg & Benz, 2011)

Im Zusammenhang mit der Strategieanwendung und auch deren Entdeckung wird immer wieder eine der Rechnerin/dem Rechner obliegende freie Wahlmöglichkeit (z.B. Siegler & Araya, 2005) gefordert. Dies impliziert, dass Strategien nicht obligatorisch vorgegeben werden können, sondern individuell in Konsens mit den persönlichen Rahmenbedingungen und Vorstellungen, sowie in Abhängigkeit mit der jeweiligen Situation gewählt werden. Diese grundlegende Entscheidungsfreiheit findet sich auch klar in aktuellen fachdidaktischen Forderungen (z.B. Padberg & Benz, 2011; Schütte, 2008; Spiegel & Selter, 2010). Vom Konstruktivismus getragen, stellt das Rechnen einen individuellen Vorgang dar, der auf eigenen Erfahrungen und Vorkenntnissen basiert. Diese Forderungen ziehen im Mathematikunterricht aber weitere Veränderungen mit sich. So wird die Lehrperson zunehmend zum Lernbegleiter und Berater. Fehler werden als Lernchance und als etwas Positives wahrgenommen. Das Schulbuch, häufig ein zentrales Arbeitsmittel im Unterricht, sollte durch ganzheitliche stoffliche Bearbeitungen das Entdecken von heuristischen und operativen Zusammenhängen fördern und somit eventuell auch der absinkenden Lernfreude dem Fach Mathematik gegenüber (Reindl & Hascher, 2013) entgegenwirken.

2. Strategieentwicklung und -anwendung

Kindliche Lösungsstrategien bei arithmetischen Aufgabenstellungen rückten zunehmend in den 1960iger Jahren in den Forschungsfokus (Siegler & Shipley, 1995). So finden sich zu diesem Thema mit Beginn der 70iger bis in die 90iger Jahre des letzten Jahrhunderts, vor allem aus dem angloamerikanischen Raum, eine Vielzahl an Studien und Publikationen. Basierten die ersten Forschungsstudien vorwiegend auf chronometrisch erhobenen Daten (z.B. Ashcraft & Fireman, 1982; Groen & Parkman, 1972), verlagerte sich später durch Beobachtungen, Videoaufzeichnungen und durch die konkrete Befragung der Kinder (z.B. Siegler 1989) der Fokus stärker auf das Tun und Denken des Kindes. Auch im deutschsprachigen Raum finden sich einige Studien zur Strategieverwendung von Grundschulkindern (z.B. Benz, 2007; Fast, 2008; Gaidoschik, 2010; Selter, 2000;).

All diese zeigen, dass Kinder zu jedem Zeitpunkt über verschiedene Lösungsstrategien verfügen, aus denen anscheinend je nach Aufgabenstellung und Situation adaptiv ausgewählt wird. Wie wird aber diese Entscheidung getroffen? Klärungen dazu bieten beispielsweise das \`network retrieval model\` von Ashcraft (z.B. 1992) oder das \`network interference model\` von Campbell (z.B. 1987). Beide Netzwerkmodelle sehen die Entscheidung für die Nennung eines bestimmten Ergebnisses in der Assoziationsstärke zwischen den Kontenpunkten begründet. Campbell (1987) hebt in seinem Modell noch die Knotenstärke selbst und das Fehlerwissen in Form des \`error-priming\` Effekts hervor. Jedoch liefern Netzwerkmodelle nur Erklärungen hinsichtlich der Entscheidung für ein Faktenwissen, Ableitungs- oder Zählstrategien bleiben dabei unberücksichtigt. Dies beziehen Siegler und Kollegen (z.B. Shrager & Siegler, 1998) im \`strategy choice and discovery simulation\` Modell (SCADS) ein. Damit wird nicht nur ein Erklärungsmodell zur grundsätzlichen Strategieauswahl geliefert, sondern auch die Einbindung neuer Strategien angedacht. Neben diesem Strategieentscheidungsmodell entwickelte Siegler (z.B. 2001) die Grundüberlegungen zum \`overlapping waves approach\`, meist übersetzt mit \`überlappender Wellenansatz\`(Siegler, 2001, S. 121). Dem zufolge nimmt die Verwendung einer bestimmten Strategie wie ein Wellengang zu und ab (horizontale Betrachtung). Zu jedem Zeitpunkt (vertikale Betrachtung) stehen aber immer mehrere verschiedene Strategien zur Auswahl.

Die Entdeckung einer neuen Strategie hat jedoch noch nicht deren unmittelbaren favorisierten Einsatz zur Folge. Viel mehr zeigen sich Veränderungen erst allmählich. Gleichzeitig ergibt sich durch die eventuell vorhandene Strategievielfalt eine hohe Variabilität in deren Verwendung. Dies führt auch dazu, dass Kinder identische Aufgabe zu zwei verschiedenen Zeitpunkten mit unterschiedlichen Strategien lösen.

3. Forschungsfrage und Forschungsdesign

Gaidoschik (2010) zeigt in seiner Studie 6 Typen von Strategiepräferenzen am Ende der 1. Schulstufe. Benz gibt einen Einblick in das Rechnen von Kindern der 2. Schulstufe und Fast (2008) sowie Selter (2000) erbringen dies für die Grundstufe 2. Was passiert aber nun im Übergang vom kleinen (z.B. ZR 20) in den größeren Zahlenraum (z.B. ZR 100 oder 1000)? Finden sich in diesen großen Rechnungen die bereits im kleinen Zahlenraum favorisierten Lösungsstrategien wieder? Und vor allem, nutzen die Kinder erworbene Strategien später bei der Lösung von unbekannten Aufgabenstellungen? Unbeachtet blieb auch noch, welche Rolle dabei zum Beispiel das Schulbuch einnimmt und ob sich zwischen den „Strategieanwendertypen" Unterschiede in der emotionalen Einstellung zum Schulfach Mathematik ergeben.

Aus all diesen Überlegungen ergeben sich folgende Forschungsfragen:

1) Welche Rechenstrategien nutzen Grundschulkinder von der 2. bis in die 3. Schulstufe und welche Einflussfaktoren lassen sich dabei bestimmen?

2) Auf welche Strategien greift das Kind in der 3. Schulstufe bei der Lösung neuer (unbekannter) Aufgaben zurück?

Wie im Kapitel 2 dargestellt, unterliegt die Strategieverwendung einer sich ständig wandelnden Variabilität. Folglich müssen Kinder über einen längeren Zeitraum in ihrem Lösungsverhalten begleitet werden, um darüber Aussagen treffen zu können. Die formulierten Forschungsfragen werden daher empirisch im Zuge einer Längsschnittstudie mit vier Messzeitpunkten (3/12, 6/12, 11/12 und 03/13) untersucht. In den teilnehmenden acht Grundschulklassen der 2. (bzw. 3.) Schulstufe (N=156) wird jeweils eine Gesamterhebung durchgeführt. Zu jedem Messzeitpunkt löst jedes Kind in Einzelinterviews mehrere Additions- und Subtraktionsaufgaben (ZR 20, 100 bzw. 1000) und erklärt dabei ihr/sein Lösungsvorgehen. Vor den Interviews füllten die Kinder im Klassenverband einen Fragebogen zur emotionalen Befindlichkeit gegenüber dem Fach Mathematik und der Fehlerhaltung aus. Zwischen den Erhebungszeitpunkten bearbeiteten die Kinder zudem 3 Lerntagebücher, welche einen weiteren Einblick in ihr Lösungsverhalten bieten. Weiters erfolgten eine qualitative Inhaltsanalyse, der in den jeweiligen Schulklassen verwendeten Mathematikschulbüchern, sowie teil-strukturierte Leitfadeninterviews mit den Klassenlehrerinnen.

4. Ausblick

Mit Ende März 2013 ist die grundsätzliche Datenerhebung abgeschlossen. Zur Auswertung der in großer Menge vorliegender Daten wurde ein Kodierleitfaden erstellt, mit dem nun schrittweise die Kodierung, Eingabe und in weiterer Folge die Auswertung erfolgt.

Literatur

Ashcraft, M. (1992): Cognitive arithmetic: A review of data and theory. In: Cognition, 44, 75-106.

Ashcraft, M. & Fireman, B. (1982): Mental Addition in Third, Fourth, and Sixth Graders. In: Journal of Experimental child Psychology, 3, 216-234.

Benz, C. (2007): Die Entwicklung der Rechenstrategien bei Aufgaben des Typs ZE+-ZE im Verlauf des 2. Schuljahres. In: Journal für Mathematikdidaktik, 28, 49-73.

Campbell, J. (1987): Network Interference and mental multiplication. In: Memory & Cognition, 15 (4), 349-364.

Fast, M. (2008): Entwicklung und Verlauf individueller Rechenstrategien bei Volksschulkindern. [www-Dokument] Erreichbar unter: https://www.imst.ac.at/imst-wiki/images/b/b3/995_Langfassung_Fast.pdf (Datum des Zugriffs: 30.01.2013)

Gaidoschik, M. (2010): Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Frankfurt: Peter Lang.

Groen, G. & Parkman, J. (1972): Chronometric Analysis of simple addition. In: Psychological Review, 79 (4), 329-343.

Padberg, F. & Benz, C. (2011): Didaktik der Arithmetik. Heidelberg: Spektrum.

Reindl, S. & Hascher, T. (2013). Emotionen im Mathematikunterricht in der Grundschule. In: Unterrichtswissenschaft, 2 (angenommen).

Schütte, S. (2008): Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern. München: Oldenbourg.

Selter, C. (2000): Vorgehensweise von Grundschüler(inne)n bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im ZR bis 1000. In: Journal für Mathematik Didaktik, 2, 227-258.

Shrager, J. & Siegler, R. (1998): A Model of Children´s Strategy Choices and Strategey Discoveries. In: American Psychological Society, 9 (5), 405-410.

Siegler, R. (2001). Das Denken von Kindern. München, Wien: Oldenbourg.

Siegler, R. (1989): Hazards of mental chronometry: An example from children´s subtraction. In: Journal of Educational Psychology, 81, 497-506.

Siegler, R. & Araya, R. (2005): A computational model of conscious and unconscious strategy discovery. In: R.V. Kail (Ed.). Advances in child development and behavior. Vol. 33 (1-42). Oxford, UK: Elsevier.

Siegler, R. & Shipley, C. (1995): Variation, selection, and cognitive change. In: T. Simon & G. Halford (Eds.), Developing cognitive competence (31-76). Hilsdale, NJ: Erlbaum.